



TITLE:

# 粉体流動層の数理(波動の非線形現象の数理とその応用)

AUTHOR(S):

早川, 尚男; 市來, 健吾

---

CITATION:

早川, 尚男 ...[et al]. 粉体流動層の数理(波動の非線形現象の数理とその応用). 数理解析研究所講究録 1997, 993: 82-97

ISSUE DATE:

1997-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/61183>

RIGHT:

# 粉体流動層の数理 Mathematical Theories in Fluidized Beds

早川尚男\* (京大・人間環境学研究科)<sup>†</sup> 市來健吾<sup>‡</sup> (東北大理学部)<sup>§</sup>

Hisao Hayakawa<sup>1</sup> and Kengo Ichiki<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Graduate School of Human and Environmental Studies, Kyoto University

<sup>2</sup>Department of Physics, Tohoku University

平成9年 2月 3日

We give a critical review on the present studies on fluidized beds which consists of fluid and solid mixtures. We have introduced a new algorithm to simulate fluidized beds, which is a dynamical extension of the Stokesian dynamics method for the simulation of colloid particles. From our simulation, we have found similarities between statistical steady states in fluidized beds and thermal equilibrium states in dense equilibrium liquids when we observe averaged quantities. On the other hand, the fluctuations in our simulation for fluidized beds are as large as those observed in conventional fluid turbulences.

## 1 はじめに

素朴な「古典的」自然観では Atom という不可分な粒子が存在してその粒子が空間に充滿している。Atom が自在に動ける場合は気体、粒子間の相互作用によって凝縮しているが並進対称性がない場合は液体、凝縮して結晶を組んだ場合は固体となると言ってよい。勿論、この3相の間の区別は厳格なものではないことは周知であり簡単なモデル理論によって説明がつく。このような場合、仮想的に球形の Atom しかない世界を考えて熱力学的な状態や流体力学的な状態を説明するという立場は可能であり、それが統計力学の指向する立場そのものになっている。ここで重要な「仮定」は Atom 間の衝突は完全弾性的なものであるという点である。そうしないと例えば Atom からなる「気体」は直ちに「温度」を下げ凝縮し、固化してしまうからこの仮定は現実の世界を説明するために必要なものとなっている。

---

\*email:hisao@phys.h.kyoto-u.ac.jp

<sup>†</sup>〒 606-01、京都市左京区吉田二本松町

<sup>‡</sup>email:ichiki@phys.h.kyoto-u.ac.jp

<sup>§</sup>〒 980-77、仙台市青葉区荒巻字青葉

Atom が衝突の際に散逸を持つとすると「粉体」の簡単なモデルになる。最近、粉体の研究が注目が集めているその大きな理由はこの簡単さに尽きると思う [1, 2, 3, 4, 5]。つまり、粉体研究を通してパチンコの球が原子であったら世の中はどうか、という仮想実験を可能にする面白さがあるのである。既に触れた通り、散逸粒子系である粉体では衝突の際に粒子の運動エネルギーが失われてしまうので、統計的定常状態を実現するためには何らかの意味で外部からエネルギーを供給してやる必要がある。その時に室温程度の温度をいくらいじっても粒子には影響がない。(それ以上に温度を上げたら粒子が熔融してしまう!)。またパチンコの球の様な典型的な粉体粒子系では重力の影響が重要である。更に簡単のために粒子間の相互作用は短距離斥力のみであるとする。また粒子間の衝突に伴う散逸の存在は連続して衝突した状態、つまり粒子が接触していて摩擦が重要になるプロセスも可能にする。実際、粉体工学では内部摩擦角とか安息角等の量が物質パラメータとして重要視されている。

ここで導入した散逸粒子を Atom とした系で統計力学、熱力学、流体力学を再構成しようとするのが筆者の粉体系の物理に対する目的となっている。従って粉体系に現れる様々なパターンそのものに対する興味は筆者にとって副次的な意味しか持たない。

さて粉体粒子にどのようにエネルギーを供給するかについては大別すると2つある。一つの遣り方ではある領域に直接力学的エネルギーを与えるものであり、別の方法では場を媒介とするものである。前者の力学的エネルギーを直接与える、というのをもう少し平たく言うと粉体粒子系を直接叩いたりかき混ぜたりする事である。特に力学的に振動させて容器に入れた粉体粒子系を流動化させた系を振動層と呼び、対流や乱流を含めて様々な流動形態が現れるため多くの研究者の興味を惹いている。また一口に対流と言っても容器と粒子の摩擦によって起こり、対流ロールのペアしか現れないいわゆる山対流と粒子集団がまず剛体的にたわんでから対流を引き起こす谷対流や多重ロール系とでは根本的に様子が違う事が知られる様になった [6, 7]。また少なくとも多重ロール系では対流のロールの真中では粒子はほぼ固化しており、通常の Benard 対流等とは随分異なったものになっている [6, 7]。現状では、少なくとも物理サイドからの粉体の研究は圧倒的に振動層の研究が多いし、それ自体が重要な課題であるがここではこれ以上は触れない。

一方、場を媒介して粒子を励起する場合には2つの手法が用いられる。一つは傾斜した樋中の粒子や鉛直パイプ流等のように重力によって流す場合であり、もう一つは流体を流し込む事によって励起する場合である。尤も重力で流す場合の殆んどは単にフレームの変換で流体を流し込む事か境界から力学的なエネルギーを貰う場合と等価になるので殊更に分けて考える必要はない。その他にも電磁氣的な場を介して、自己重力を介して等、いろいろな場合が想定できるが、ここでは流体を介しての励起のみを考えよう。勿論、流体も細かく見ると分子からなるが筆者の立場では完全に連続的な場であると考えてあくまで空間のスケールは粒子サイズが最小単位であるとする。流体を重力と垂直に粒子表面に沿って流すと砂丘などの表面のパターン形成の問題となる [8, 9]。一方、流体を重力と逆向きに流す事によって粒子集団を励起する系を流動層と呼び「ながれ」の中での解説を含めて多くの研究がなされている [10, 11, 12, 13]。以下では流動層の問題に限って解説をすることにする。

本論文の構成は次の通りである。次節では流動層そのものを簡単に紹介して、その解析

のモデルの歴史的レビューと筆者等が採用した立場の説明を行なう。第3節ではサスペンションとのアナロジーから筆者等が開発した数値シミュレーション法を解説する。またその折りに沈澱の問題の重要性と流体力学で未だ未解決の難問が流動層の問題と大きく異なっている事を強調する。第4節では筆者等のシミュレーションの結果をまとめ、それらが平均量を論ずると平衡統計・熱力学との対応を持つが、揺らぎを論ずると流体乱流と対応がつく点を指摘する。最終節では今後の流動層研究の進むべき方向について論じたい。尚、最近の平山・高木による流動層の解説[10]とはなるべく相補的になるように意識したつもりであるが、願わくばその意識が過剰でないかと一抹の不満を覚える。その点は御容赦願いたい。尚、以下の解説は最近の筆者の一人の解説と一部重複するところがある点を予めお断りしておく[14]。

## 2 流動層の解析モデル

流動層は化学工学の分野では昔から研究されてきた。工業の現場では燃焼等の化学反応を伴った焼却炉の設計、粒子の輸送効率の向上等のために固気或は固液の混相系の流動特性を調べる必要があった。変わった処では火傷した患者の床ずれを防ぐために流動層を用いた例もある。これこそは流動層の英語の名称 (fluidized bed) をそのまま利用したユニークな例となっている。

本論文で考察するような流動層の典型的な状況では粒径数十 $\mu\text{m}$  から数 mm 程度の粒子を底に分散器 (distributor) がある容器に入れておく。粒径の下限は粒子がそれ以上に小さいと分子間力や電磁気力等の影響で粒子が塊になってしまい流動化しない事で決まる。その場合でも振動を加える事で更に小さな粒子まで流動を加える事は可能ではある。工学上良く用いられる流体は空気であり、分散器を通して鉛直上向き (重力と反対向き) に流入させる。実験的には流体の流入速度 (空塔速度) の変化に伴い様々な「相」があることが知られている。本論文で主に論ずるのは比較的高濃度の流動層の問題であり、そこでは一様流動層 (密度が一様に膨潤した相、膨潤相とも呼ばれる)、気泡流動相、スラグ相 (気泡が非常に大きくなった場合)、チャンネル相 (流体が流路を作って通過する) 等が問題になる。更に空塔速度を大きくすると粒子密度が低下すると共に粒子が全く乱れた挙動をする乱流相から輸送相 (transport) と呼ばれる相に遷移していく。普通、これらの相では一粒子の沈降速度より大きい空塔速度を用いているので粒子が飛散するため、それを回収して供給してやらなければならない。従って高濃度系と大きく性質が異なり一般に高速流動層として区別されている。むしろ工学的、実務的な研究の中心は高速流動層に対するものに移りつつあると言ってもよいが本論文では省略する。尚、去年の「ながれ」の巻頭写真には田中、川口、辻等による高速流動層の見事なシミュレーションの絵があった事を付け加えておこう。

流動層の研究史は混乱の歴史と言ってもよい。流動層は流体力学の立場からは2相流の問題であり、多くは固気混相流として扱われている。ところが1989年にBatchelor[15]は「2相流の研究の状況は1930年代に乱流理論の置かれていた状況と似ている」と解説している。実際、研究の流れを見ても1次元の2相流として (と言っても1次元の場合は実質的に単層

の場合と変わらないが) 数理的に扱うグループ [10, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22] と、2 相流の流体力学方程式に対して大規模数値シミュレーションを行なうグループ [11]、そして離散要素を用いて粒子を Lagrange 的に扱ってシミュレーションを行なうグループ [23, 24, 25, 26]、Boltzmann 方程式のような「分子」運動論に基づくグループ [27, 28, 29, 30]、実験グループ [13] 等の様々なコミュニティの間に相互参照がなくお互いに何をやっているかを理解していないように見える。実際、筆者の一人もこのうちの実験以外の手法を全て解析してそのうちの幾つかを論文にしたがやはり筆者自身も混乱していたと反省している。この混乱の原因は基礎方程式の欠如ばかりでなく流動層そのものが余りにも応用と直結しているために物質固有の性質の特殊性に焦点が当たって来たためであるかもしれない。また現場では役に立たない基礎理論に対する不信、及び軽視というものもあってもおかしくない。とどのつまりは有用な理論事実を無矛盾に提起できない理論家の怠慢に最大の原因があると言って良い。その意味で工学的研究が進展する前の実験の論文が理論的に見ても示唆に富んだものであるというのは教訓的である [31]。

いずれにしても本論での立場を明確にしなければならない。まず固相を連続体として扱う典型的な 2 相流的な立場は取らない。勿論、固相を連続体として扱うと散逸粒子を原子として置き換えた場合にどうなるかという本論の立場と与しない。客観的立場に立っても連続体として扱う場合の構成方程式が不明確である点、連続体として扱うメリットが殆んどない点等が粉体工学の専門家の間で 2 相流モデルが廃れつつある理由となっている [26]。若干の解説を加えると粉体は振動層の対流について触れた箇所のように極めて特異な流動を示す。控え目に言っても典型的な非 Newton 的な粘弾性流体であり、その Euler 的な記述には任意性が残る。多くの流動層の理論で仮定されている様な Newton 的なストレステンソルは明らかに間違っているのである。また当然の事として固体的な状態 (Fixed Bed) の記述はできない。次に仮にある種の仮定をして 2 相流のシミュレーションを行なっても計算時間が長くなり、最新の Lagrange 的な離散粒子シミュレーションには太刀打ちできない状況にある。おまけに 1 次元の理論においてもより尤もらしい簡単な Lagrange 的な粒子モデルで 2 相モデルから言える事は全て記述できるので全くと言っていい程、流動層を 2 相流として扱うメリットはない。ここに至って筆者自身がかつて 2 相流モデルに基づき解析していた事 [18, 19, 20] で自分自身を微妙な立場に追い込んだ事になる。そのための言い訳めいた擁護をするならば 1 次元の非線形波動の様なユニバーサルな現象にはモデルの詳細に依らない事が期待される [20]、気泡流動等のコヒーレントな相分離現象でも同様な事が期待できる。従って出発点は何でもよく問題は記述したい現象を最も簡潔に過不足なく記述するモデルである。この立場に立ってもあくまで 2 流体モデルは基礎方程式にならないという点は肝に銘ずるべきである。また粒子対流と強い相分離の関係迄含めて気泡流動を記述する流体モデルは未だにないと言ってよい [32, 33, 34]。これらの理由で本論文では筆者らは 2 相流の立場は取らない。

次に筆者は「運動論」的立場も取らない。最近の基礎研究の中には重力のない粒子のみからなる系を解析し、注目に値する結果を出している論文もある [30]。しかしながら運動論から流体方程式を導く件りで Chapman-Enskog scheme に立っている限りは必ず得られた流体方程式は Newton 的になってしまうので、その手法の限界を自ら語る他はない。それに加えて流動層の様に重力があって連続な流体場を含む場合は運動論で閉じた話しはで

きないのである。実際、運動論の方法で過去に流動層について得られた結果 [28, 29] は 1 相の結果として粉体流の圧力、Newton 的な粘性率を予言したのみである。流体が介在する場合にこれらの諸量がどのような変化を受けるのか、非 Newton 性をどうするのかという問題の他にも単純に流体と粒子相の摩擦その他、流体が絡んだ物理量には何の提言もできないのが現状である。従って運動論そのものが流動層の記述に適当でないと斥ける。

離散要素のシミュレーション法自体は実に様々な手法がある。粉体工学の専門家は離散要素法と呼ばれる粒子をメカニカルなばねと非弾性素子からなる粒子と見做して、多孔媒質中の流体方程式とカップルさせて解く方法を主に用いる [23, 24, 25]。最近、湯等 [26] は粒子衝突が 2 体的に生じるとして更に単純化された粒子の運動方程式と流体方程式をカップルさせて  $3.3 \times 10^5$  個程度の 3 次元粒子シミュレーションを行なっている。結果は実験結果と極めて良く似ており、工学的要求は全て充していると言えよう。しかし理論的観点から言うと流体力学的相互作用を一種の平均場として単純化していいのか、或は現象論的にモデルを構成した結果、モデルそのものがわかりにくく、パラメータの設定法が第 3 者にはわからないし、その普遍性も不明である点等が筆者の目からは著しく不満に映る。

上記の不満に応えるためにできるだけ曖昧さを排除した流体力学的相互作用をする多体粒子系をまともに解析する事にしてみた [35, 36]。単純さを期すためにここではサイズの揃った非粘着性のハードコア球粒子の粘性流体、即ち粒子が比較的小さく流れも遅い Stokes 近似が可能な流体中、(つまり粒子 Reynolds 数  $Re = u^\infty \sigma / \mu \ll 1$  の極限、ここで  $u^\infty, \sigma, \nu$  は各、空塔速度、粒子直径、流体の動粘性率である) での挙動を考える。従って数学的には粒子表面や容器表面で粒子速度 (並進と回転を併せて) と流体の速度が一致するという境界条件を課して粘性率  $\mu_0$  の非圧縮流体の場合  $\mathbf{u}$  (及び圧力  $p$ ) の従う

$$\mu_0 \nabla^2 \mathbf{u} = \nabla p, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

を解き、その結果生じる流体から受ける力を考慮して粒子を動かすという作業を繰り返すのである。この方法のメリットはパラメータの値を決めるのに理科年表等からわかる簡単な物性値のみを与えればよいという点である。このモデルから何が言えるのかを本論で解説する。

### 3 シミュレーション法について

前節で問題設定をクリアにしたが実は Stokes 方程式は多粒子が存在する境界条件の下では厳密に解けない。それどころか 2 体問題に対する解が (それも 2 粒子間の距離  $r$  に対して  $1/r$  のべき級数の形であり、尚且、粒子が接触する距離では発散する項を持つ複雑なものとして) 得られたのもほんの 10 年程前の事である [37, 38]。従って多体系のシミュレーションを行なう場合に何らかの近似が必要になる。

まず典型的なコロイドのように粒子の慣性が無視できる場合は Brady [39] らによって精力的に研究が進められてかなりの成果を挙げており、その拡張も数多く試みられている [40]。ここで明記すべきことは (1) で記述されるような粘性流体中の粒子とそれに作用する力の間には線形の関係式が成り立つ事がベースになっている点と、また、粒子の慣性が効かな

いために粒子に働く力は常にバランスしている点である。この2点の帰結として、コロイドに関しては唯一の未知数である粒子の速度が決まる。この特徴をふまえて粒子の慣性の無視できる場合のシミュレーション法を紹介しよう。簡単のため粒子の回転などの高次のモーメントの影響は無視する。欲しいのは粒子の速度である。粒子の速度がわかればそれを時間について積分することで粒子の位置がわかる。Brady 等 [39] はシミュレーションの各ステップで粒子の配置に対して力  $\mathbf{F}$  が加えられたとき、流体の静止したフレームで

$$\mathbf{U}_N = \{(\mathbf{M}^\infty)^{-1} + \mathbf{R}^{lub}\}^{-1} \mathbf{F} \quad (2)$$

という関係式を導入した。この式を適当な時間間隔で積分を行なうことで粒子の時間発展が追える。但しここでは  $\mathbf{U}_N$  は  $N$  粒子の速度ベクトルであり  $\mathbf{M}^\infty$  は  $N$  体の Rotne-Prager tensor と呼ばれる粒子に中心を持つ Stokes poles からの mobility matrix への寄与、 $\mathbf{R}^{lub} = \sum_{ij} \mathbf{R}_{ij}^{lub}$  は2体  $(i, j)$  のペアで構成される resistance matrix (mobility matrix の逆) のうち近接相互作用を表す lubrication の部分を取り出し  $\mathbf{R}_{ij}^{lub} = \mathbf{R}_{ij} - (\mathbf{M}_{ij}^\infty)^{-1}$  その全ての可能なペアについて足し合わせて構成したものである。この項は既に述べた2体問題の厳密解で言えば主に粒子が相互接触する場合に発散する項からの寄与である。従って控え目に言っても単純な多重極展開では駄目で境界層の問題のように別の展開とマッチングをする必要がある。従って (2) 式は境界層問題で遠方での主要項と近接した場合の主要項をうまく内挿した形になっている。粒子が近接した場合には粒子が接触すると発散する lubrication force が働くため粒子の間に斥力などを導入しなくても粒子が重なったりすることはない。また遠方場  $\mathbf{M}^\infty$  は粒子間距離  $r$  に対して  $1/r$  という依存性を持つテンソル力で厄介な事に現状ではその長距離力に対して遮蔽はないと思われる。そのため境界条件には重力や Coulomb 力でよく知られた周期境界に対する Ewald の和を取る [41]。周期境界条件は非現実的であるが現実の壁などが存在する場合にどのような境界条件を課すべきかはまだ未解決の問題となっておりある意味でこの方法は妥協の産物である。そのためにも壁と粒子の相互作用の基礎的な研究の進展が待たれる。

粒子速度を求めるのに遠方場の影響を mobility 問題として解き、近接場の影響を2体の resistance 行列の重ね合わせから求め2つの影響を resistance 問題として足し合わせて計算を行なっているのは作為的に見えるが様々なテストによって非常に精度の高い手法であることは確認されている。その理由の一つには既に述べた境界層の2つの級数解のマッチングになっているとい事であり、もう一つは以下の様な物理的要請によるものである。まず現実的な粒子分布において lubrication matrix の寄与は殆んど濃度に比例するだけである。resistance 問題、つまり力=抵抗×速度、と考えた有効抵抗を濃度の関数という求める問題、において近接効果である lubrication force が濃度に比例するのは物理的にも正しい。これは lubrication matrix の寄与に基づく抵抗が濃度に比例すると考えるとわかりやすいが、粒子の動きやすさである mobility が濃度に比例して減じて遂には負になってしまうのはナンセンスである。従って lubrication の寄与を resistance 問題として足し合わせる。一方、Rotne-Prager tensor の寄与は (2) のように mobility 形式で考えるのが自然である。同じ理由で両者を resistance 問題として加え合わせるのが最も正しい結果を与える。実際、mobility matrix のランダムな配置に対する平均というのは平衡沈澱速度そのものであるがそのまま mobility 形式で足し合わせる手法では低濃度極限 [42] ではうまくいっても高濃度

領域では負になるというパラドックス [43] が知られていた。最近、筆者等は (2) 式と同様のアイデアに基づき全濃度領域で実験結果と近い沈澱速度を求める事に成功した [44]。

コロイドの様な粒子と流動層の問題での最も重要な違いは粒子に慣性があることである。つまり、粒子質量密度  $\rho_p$  及び流体の粘性率  $\mu$  に対して Stokes 数  $St = \rho_p \sigma u^\infty / (9\mu)$  が有限であれば流動層、0 であればコロイドと言い替えてもいい。但し空塔速度  $u^\infty$  のかわりに他の特徴的速度を用いる場合もある。実はこの問題に粒子の慣性の影響を組み込むのは容易ではない。何故ならば既に何回も触れた様にハードコア粒子が近接すると lubrication force が働くために決して衝突できないからである。言葉を替えると粒子が近付くにつれ抵抗が発散して漸近的には粒子は止まってしまう。この記述は現実には空気中で粒子が衝突する事実と明らかに矛盾している。この矛盾は比較的最近認識された問題でまだ本質的な解決はされていない。今の処、ハードコアそのものが近似的な概念であるとして粒子が接近するにはカットオフがありその長さで粒子が跳ね返るして [45, 46] その場を凌いでいる。しかし、このカットオフの導入で発散を抑えるという発想そのものが繰り込みの考え方と適合している。従って繰り込み群の処方によってカットオフ依存性を消すというのが現実的に目指すべき方向であると思われる。

筆者等はもう少しプラクティカルに次の様にシミュレーションを行なった [35]。それは粒子の速度と (2) 式で決まる終端速度の差に比例する摩擦力を粒子が受けるモデルである。従ってこのモデルでは粒子の速度は時間的に変化するので粒子配置を固定して短い時間間隔で粒子の運動を積分する必要がある。我々はその間に粒子が接触すれば弾性散乱を行なうというルールを定めた。勿論、この近似は双方とも正当化できないものではあるが時間積分の間隔が短ければそれほど実害はないであろう。少なくとも従来の慣性が重要である固気混相流でのシミュレーションでは流体の効果は粒子の存在によって一様に抵抗を受けるとだけとして流体の粘性も考慮しない様な非常に粗い記述よりは充分基礎的な取り扱いである。勿論その代償は大きく、粒子慣性をきちんと扱っていないためにシミュレーションで扱っている Stokes 数がどのように変更を受けるかわからなくなり、全てのパラメータを任意性なく決めるという目論みは頓座せざるを得なかった。またシミュレーションできる粒子数は離散要素法等のものと 3 桁程違い、工学的には我々の方法は使い物にならない。それだけでなく一様流動層が再現できていない (もっとも離散要素法でも再現できないのではあるが)、Stokes 方程式 (1) が適用できるような小さな粒子では現実には粘着力の影響が無視できず塊となって流動化しない、逆に言うと実際の固気混相流の問題では流体の慣性の影響は無視できず我々のシミュレーションそのものを現実のものと定量的に比較することは意味がない、等といった厳しい問題を突き付けられている。しかしながらこの方法に基づいて流体力学の基礎的な問題をあぶり出して来た事、及び、プロセスを抑えながらモデルを構成しているために工学的モデルのどの点が問題であり、どの点を改善すべきかわかったという思わぬ収穫もあった。

容器の存在を表現するために空間に固定した粒子を底に置いてシミュレーションを行なった。この粒子を導入することでフレームを選んだ事になる。逆に固定粒子がない場合には静止した流体中で沈澱している粒子群と流体運動の中で吹き上げられている粒子群は等価である。粒子の流動化は底の粒子に支えられた粒子群に流体を流し込む事で実現する。この時の遠方での流体の固定粒子に対する相対速度が空塔速度に他ならず、既に述べた通り



実験の重要なパラメータとなっている。ここで数百個の粒子のシミュレーションで現実の固気混相流で観測される気泡の生成や、一次元的な粒子配置ではスラグと呼ばれる空隙の出現を再現している。逆に言うと流動層の現象において少なくとも気泡流動やスラグの生成では流体の慣性は重要ではないし、粒子数の問題もそれほど気にしなくていい事になるのではなからうか。

## 4 シミュレーション結果について

我々の限られた粒子数のシミュレーションから明確な事を言うのは難しい。本節ではその中でも観測できた幾つかの特徴的な結果を取り出して説明する。この節の詳細な結果は市來の博士論文としてまとめられている [36]。

我々のシミュレーションより固体のように静止した状態 (Fixed Beds) からの流動化転移について次の様な実験と無矛盾な事が言えた。我々のモデルが流動化の転移を表現し得る事、Fixed Bed からの流動化転移は本質的に粒子集団の沈澱速度を越す流速を容器の底から流した場合に起こり、粒子の慣性とは無関係である事等である。

一方、一旦、流動化するとその挙動は Stokes 数に大きく依存してある臨界値より大きい Stokes 数では気泡流動相が得られ、Stokes 数が臨界値以下ではチャンネル相が得られた (Fig.1,2)。

次に全時間で平均した粒子の持つ平均運動エネルギー  $\bar{E}$  が空塔速度  $u^\infty$  に対して極めて広い範囲で

$$\bar{E} = A_E(u^\infty - u_c), \quad (u^\infty > u_c) \quad (3)$$

という式で記述できる事がシミュレーションによって確認された (Fig.3)。ここで  $u_c$  は最小流動化速度に他ならない。この式は実験的にはかなり前に古川・大前 [31] の実験によって見いだされた式であり、西村・前野 [47] の流動状態での雪の実験でも同様の関係式が見いだされている。尚、(3) 式は時間・空間について平均すると粒子は  $u^\infty$  に比例する力を受けている事、流体の抵抗力と釣り合いながら粒子を  $L$  だけ動かすと  $u^\infty L$  に比例する仕事を粒子が流体から受ける事、その仕事量が静止状態からのエネルギーの増加に寄与する事を考えると納得できる関係式である。

Fig.1 から想像されるように気泡流動相では気泡が吹き抜ける現象に伴って粒子層高及び全粒子の運動エネルギーが周期的な挙動を示している。一方、チャンネル相ではこのようなきれいな周期性が見られないばかりか、時間的に平均しても層高の揺らぎが極めて小さくなっている。また着目すべきは Stokes 数と平均層高の関係である (Fig.4)。Stokes 数は粒子ダイナミックスの時間スケールを決める事、及び、図中の  $C_H$  が空塔速度に比例する傾向がある事、 $D_H$  は Stokes 数 1 での層高に他ならない点などを加味すると系の特徴的時間  $\tau$  が

$$\tau \sim \exp\left(\frac{C\delta H}{u^\infty}\right) \quad (4)$$

と書ける事を意味する。但し  $\delta H$  は層高の増加である。この結果は系の流動は粒子間に隙間を作る過程で決まり、その空孔の生成確率は Arrhenius 型で表現できる事を意味している。

式(3),(4) から空塔速度が有効温度の役割を果たす事は明白である。一方、筆者等のシミュレーションで拡散係数を計測し、その拡散係数と有効温度である空塔速度との比によって有効粘性率 $\mu_e$ を定義した。その結果を図に示したのが Fig.5 であり、有効粘性率は

$$\mu_e = Fe^{E_f/u^\infty} \quad (5)$$

で表される。この表式は古川・大前 [31] が流動層に対して直接レオノメーターで計測して得た式と一致している。尚、粘性率と特徴的時間は弾性率を比例定数にして線形の関係があるから (4) と (5) は無矛盾の結果である。ここで紹介した (4),(5) 式は平衡濃厚液体の粘性率等の説明のために導入された自由体積（或は空孔）理論によって説明されるものである [48]。

ここで得られた結果を整理すると

- (i) 空塔速度  $u^\infty$  が有効温度の役割をする。
- (ii) 平衡液体論で得られた空孔理論が有効であり、系の流動は熱励起に似た過程で生じている。
- (iii) 拡散係数と空塔速度の比で決まる有効粘性率が実験で計測された粘性率と同じ結果を得た事から何らかの意味で揺動散逸定理が有効に働いている。

という事になる。これらの結果は最近、振動層で濃度の上昇は対数的に時間発展をする事や、2次元振動層で対流を抑えると底の層から振動の位相によらずユニバーサルな濃度関数を持つという事と共通している。従って粉体の最も大事な性質は排除体積効果に伴う、疑似熱力学的な過程であると表現できよう。

しかしながら平衡系と同じ様な結果が得られた事自体驚異的であるという事は強調して構わないであろう。何故ならばまず気泡流動の場合に観測された通り、基本モードは振動運動であり、2相共存のダイナミックスであるからである。また、それに伴って揺らぎは平衡系に比べて極めて大きい。実際、流体乱流とサスペンションダイナミックスの類似性は注目に値する。つまり流体との境界条件から粒子は散逸的な運動をし、その配置空間における分布が非一様というだけでなく、速度分布もガウス分布から大きくずれて巾的になる場合があり、エネルギー Spektrum もコルモゴロフのスケーリングに従うかの様に振舞う [35]。従ってサスペンションの流動状態では流体乱流の備えている特徴の幾つかを示しているのである。同様の事は流体が介在していない散逸粒子系のシミュレーションでも観測されており [49, 50, 51]、また最近の Baltzmann 方程式による解析ではどんなに散逸が小さくともそれが含まれるなら速度分布に巾的なテールが現れるとの指摘がある [30]。実験的にも振動層での速度分布が指数分布であることは確認されている [52]。これらの乱流的な特徴は平衡粒子系とは全く異なる散逸粒子系の定常状態に共通するものと期待されており、平均量に対して平衡系とのアナロジーが成立する点と著しい対比をなしている。これらの相互の関係を理解するための今後の一層の研究が待たれる所である。

## 5 流動層の理解に向けて

さて流動層の動的な挙動をシミュレーションできて最も大事な点がはっきりしたのが現状である。従って次はその要求を充すように現象論を構成して気泡なりのダイナミクスなりを過不足なく理解しなければならない。しかしそれは易しい事ではない。とりあえずこの節では現状を簡単に紹介する。

まず第3節で述べた沈澱が基礎となる。固気混相流の問題では底を固定して流体を流すのであるから粒子が吹き飛ばされていると云うよりは沈澱速度が遅い粒子が引きずられて宙に舞っていると考えの方が正しい。沈澱速度は粒子の濃度に強く依存し、その減少関数であるからたちどころに一樣な状態は不安定であることがわかる。スラグの様な1次元的な問題については粒子の横方向の運動の自由度は無視して1次元的なモデルを解析すれば充分である。しかし、ここでも筆者自身によるものも含めて従来の研究を反省するならば底の存在が決定的に重要であるにも拘らず、殆んど理論解析でその点が考慮されていない点である。この点については1次元混相流モデルにおける大信田 [53] による解析は注目に値する。

とりあえず境界の影響を無視しよう。従来は主に混相流モデルが理論解析に用いられて来たが [16, 17, 18, 19, 20, 21, 22] それよりは1次元的な粒子モデル

$$\ddot{x}_n + \zeta[\dot{x}_n - U(x_{n+1} - x_{n-1})] = T\varphi'(x_{n+1} - x_n) - T\varphi'(x_n - x_{n-1}) + f_n(t), \quad (6)$$

を用いた方が見通しがよい [54]。ここで $\zeta$ は抵抗係数であり平衡沈降速度との差に比例した摩擦を受け平衡沈澱速度で決まる最適速度 $U$ を持つ。一方 $\varphi(x)$ は粒子の斥力をソフトコアポテンシャルで表したものであり $T$ はその強さを表すパラメータである。 $f_n(t)$ はモデルを単純化したために生じたノイズであり、White noise で近似して構わないであろう。2相モデルに比べてその単純さは明白であり（例えば2次元モデルとしては文献 [10] の(1)-(8)式が参考になる）、シミュレーションも簡単である。またこのモデルは交通流のモデルとしても使えて平均参照モデルとでも呼べるモデルになっている。つまり最適速度 $U$ が局所的な平均車間距離で決まるというモデルになっている。また結果としても臨界点付近での揺らぎの緩和 $S(q, \omega)$  ( $\omega$ : 角振動数,  $q$ : 波数) が $\omega$ の逆べきに比例する事、2相の分離など多くの性質が説明できる [54]。しかしながらこの場合でも実は一樣状態が線形不安定になる中立曲線の頂点と相分離が生じる臨界点が一致していないために諸々の複雑な現象が生じて交通渋滞の前方参照モデル [55]、つまり $U$ を前方の車との車間のみで決まるとして $T=0$ とおいたものに比べるとすっかりした理解に至っていない。この辺りの事情は後方を参照する交通渋滞のモデルを用いても前方参照モデルの優美さは失われる事 [56] を指摘するのにとどめておく。

1次元で境界の影響を考えていないモデルでもこのような難しさがある。当然、高次元で気泡が生じるような場合は粒子の対流があり、粒子の流速場も乱流という表現が相応しい状況では基礎から積み上げたモデルを構成して理解するという立場は難しいような気がする。従って前節で得られた結果を基に構成論的に現象論モデルを作り過程の理解をする事が正しいプロセスの様に思われる。

本論文では流動層研究の現状について批判的なレビューを行ない、同時に最近の筆者等による研究を紹介した。筆者は余りにも複雑であったこの問題が整理されて進むべき方向が見えてきたという現状認識を持っている。従って現時点ではタイトルが相応しくない程、数理的な理解は欠落しているが必ず近い将来にそれが可能になるものと信じている。最後に「非線形波動」という研究会の特別講演としてだけでなく流体力学会誌としてさえも不適當な程、統計力学的な立場を強調した点は筆者の出自を考慮して御容赦願いたい。

原稿を一読し、貴重なコメントをして頂いた田口善弘氏に感謝致します。

### Figure Caption

- Fig.1 気泡流動の例。粒子数  $N = 266$ ,  $St = 10.0$ ,  $u^\infty/u_0 = 0.15$  での計算結果。但し、 $u_0$  は一粒子沈降速度であり、図は左から右に時間発展をする。
- Fig.2 チャンネル状態の例。Fig.1 と異なるのは Stokes 数と時間間隔で、 $St = 0.5$  としている。
- Fig.3 平均運動エネルギーの空塔速度依存性 ( $N = 266$ ,  $St = 10$ )。実線は (3) であり  $A_E \simeq 0.80$  及び  $u_c/u_0 \simeq 0.092$  である。
- Fig.4 流動層の平均重心  $\bar{H}$  の Stokes 数依存性 ( $N = 266$ ,  $u^\infty/u_0 = 0.3$ )。シミュレーション結果がエラーバー付きのデータフィッティング結果  $\bar{H} = C_H \ln(St) + D_H$  ( $C_H = 3.09 \pm 0.6$ ,  $D_H = 16.5 \pm 0.1$ ) は点線で表される。
- Fig.5 有効粘性率  $\mu_e$  の空塔速度依存性。データはシミュレーション結果 ( $N = 266$ ,  $St = 10.0$ ) であり、点線は (5) でのフィッティング結果 ( $F = 13.7 \pm 1.9$ ,  $E_f = 0.113 \pm 0.017$ ) である。

### 参考文献

- [1] 田口善弘、砂時計の七不思議 (中公新書, 1995). この本は本年の講談社出版文化賞を授賞。
- [2] Granular Matter: An Interdisciplinary Approach, A.Mehta ed. Springer, New York (1991).
- [3] H.Hayakawa, H.Nishimori, S.Sasa, Y-h. Taguchi, Jpn.J.Appl.Phys. **34**, 397 (1995).
- [4] H.M.Jaeger, S.R.Nagel and R.B.Behringer, Physics Today **49**, APRIL 32 (1996) (翻訳: パリティ **12**, No.1, 4 (1997)): Rev.Mod.Phys. **68**, 1259 (1996).
- [5] 早川尚男・田口善弘、数理科学 **394**, APRIL, 78 (1996).

- [6] 高橋大輔、私信
- [7] K.M.Aoki, T.Akiyama, Y.Maki, and T.Watanabe, Phys.Rev.E **54**, 874 (1995) 及び青木圭子、私信。
- [8] see e.g. H.Nishimori and N.Ouchi, Phys.Rev.Lett. **71**, 197 (1993).
- [9] N.B.Ouchi, PhD Thesis (Univ. of Tokyo, 1995) and references therein.
- [10] 平山修・高木隆司、ながれ **15**, No.6, 484 (1996).
- [11] 混相流での立場からの D.Gidaspow, *Multiphase Flow and Fluidization*. (Academic Press, London, 1994) がまとめた教科書である。
- [12] 日本流体力学会編集、混相流体の力学 (流体力学シリーズ 2、朝倉書店、1991).
- [13] 千葉忠俊、吉田邦夫編著、流動層概論 (朝倉書店、1996) .
- [14] 早川尚男、エアロゾル研究、**11**, No.4, 319 (1996).
- [15] G.K.Batchelor, Proc. 17th ICTAM (North Holland 1988) 27.
- [16] G.K.Batchelor, J.Fluid Mech. **193**, 75 (1988).
- [17] D.D.Joseph and D.G.Schaeffer edit, Two Phase Flows and Waves (Springer, Berlin 1990).
- [18] S. Sasa and H. Hayakawa, Europhys. Lett. **17**, 685 (1992):
- [19] T. S. Komatsu and H. Hayakawa, Phys. Lett. A **183**, 56 (1993):
- [20] H. Hayakawa, T. S. Komatsu, and T. Tsuzuki, Physica A **204**, 277 (1994).
- [21] S. Harris and D. Crighton, J. Fluid Mech. **266**, 243 (1994).
- [22] M. F. Göz, Phys.Rev.E **52**, 3697 (1995).
- [23] 離散要素法に基づくシミュレーションについては以下の3つの文献を参照せよ。Y.Tsuji, T.Tanaka, and T.Ishida, Powder Technol. **71**, 239 (1992).
- [24] T. Tanaka, T. Kawaguchi, and Y. Tsuji, Int.J. Mod. Phys. B **7**, 1889 (1993).
- [25] Y. Tsuji, T. Kawaguchi, and T. Tanaka, Powder Technol. **77**, 79 (1993).
- [26] 湯晋一、エアロゾル研究、**11**, No.4, 303 (1996).
- [27] J.T.Jenkins and S.B.Savage, J.Fluid Mech. **130**, 187 (1983).
- [28] C.K.Lun, S.B.Savage, D.J.Jeffrey and N.Chepurnity, J.Fluid Mech. **140**, 223 (1984).

- [29] J.Ding and D.Gidaspow, *AIChE J.* **36**, 523 (1990).
- [30] J.J.Brey, F.Moreno, and J.W.Dufty, *Phys.Rev.E* **54**, 445 (1996).
- [31] J.Furukawa and T.Omae, *Ind.Eng.Chem*, **50**, 821 (1958).
- [32] see e.g. S.S.Sadhal, P.S. Ayyaswamy and J.N.Chung, *Transport Phenomena with Drops and Bubbles* (Springer, Berlin, 1996).
- [33] G.K.Batchelor, *J.Fluid. Mech.* **257**, 359 (1993) ここで彼が使ったモデルは彼の以前のモデル [16] と異なる。
- [34] G.K.Batchelor, *J.Fluid Mech.* **278**, 63 (1994): ここでは完全流体の泡とのアナロジーを使って流体モデルから一貫して気泡の生成を記述する立場を一旦は放棄している。大家にして手法の一貫性のなさが問題の難しさを端的に表している。
- [35] K.Ichiki and H.Hayakawa, *Phys.Rev.E* **52**, 658 (1995).
- [36] 市來健吾、博士論文（東北大学 1997）。
- [37] D.J.Jeffrey and Y.Onishi, *J.Fluid Mech.* **139**, 261 (1984).
- [38] S.Kim and R.T.Muffin, *Phys.Fluids* **28**, 2033 (1985).
- [39] J.F.Brady and G.Bosis, *Ann.Rev. Fluid Mech.* **20**, 111 (1988) and references therein.
- [40] A.J.Ladd, *Phys.Fluids, A* **5**, 299 (1993) and references therein.
- [41] C.W. Beenakker, *J.Chem.Phys.* **85**, 1581 (1986).
- [42] G.K.Batchelor, *J.Fluid Mech.* **52**, 245 (1972).
- [43] J.F.Brady and L.J.Durlofsky, *Phys.Fluids* **31**, 717 (1988).
- [44] H.Hayakawa and K.Ichiki, *Phys.Rev.E* **51**, R3815 (1995).
- [45] R.R. Sundararajakumar and D.L.Koch, *J.Fluid Mech*, **313**, 283 (1996).
- [46] A.S.Sangani, G.Mo, H-W.Tsao and D.L.Koch, *J.Fluid Mech.* **313**, 309 (1996).
- [47] 西村浩一、前野紀一：流動状態の雪の研究 II 低温科学 物理編 **36**, 93 (1978).
- [48] 戸田盛和、松田博嗣、樋渡保秋、和達三樹、液体の構造と性質（岩波書店、1976）。
- [49] Y-h. Taguchi, *J. Phys.II (Paris)* **2**, 2103 (1992).
- [50] Y-h. Taguchi, *Europhys.Lett.* **24**, 203 (1993).
- [51] Y-h. Taguchi and H.Takayasu, *Europhys.Lett.* **30**, 499 (1995).

- [52] 田中英俊、修士論文（東北大学 1996）及び佐野雅己：私信.
- [53] 大信田丈志、日本流体力学会 1996.
- [54] H.Hayakawa, unpublished. この考え方は交通流のモデルの次の文献にヒントを受けている。
- [55] T. S. Komatsu and S. Sasa, Phys.Rev. E **52**,5597 (1995).
- [56] H.Hayakawa and K.Nakanishi, unpublished.

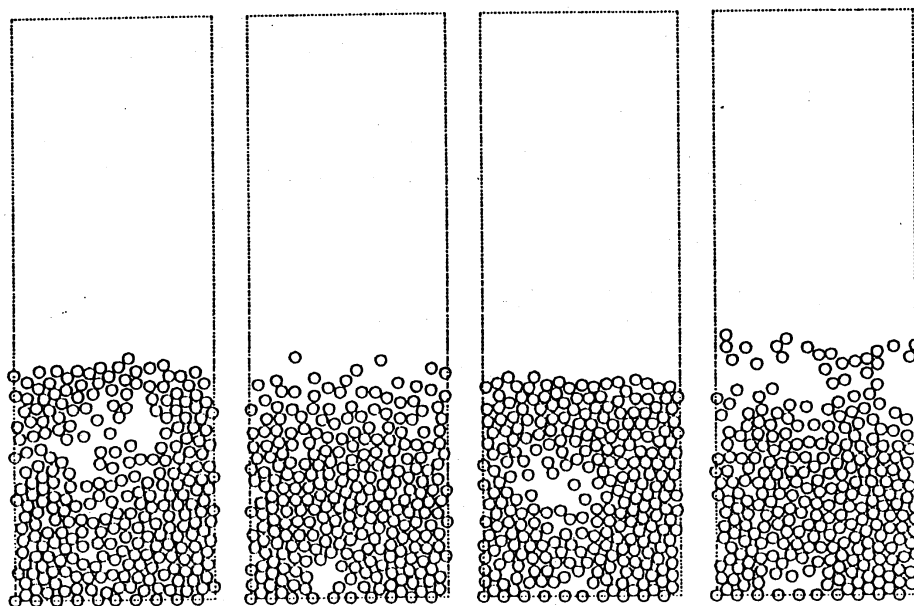


Fig. 1

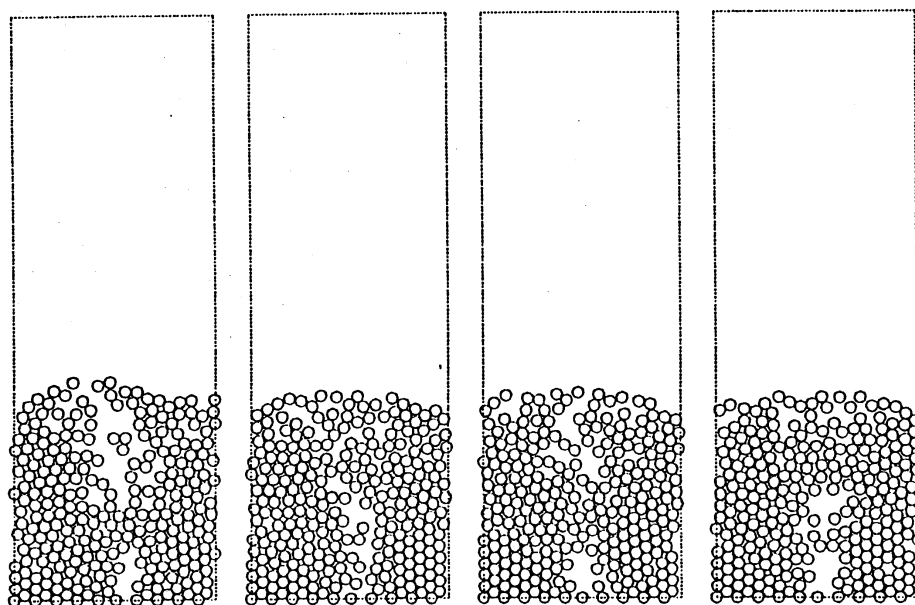


Fig. 2



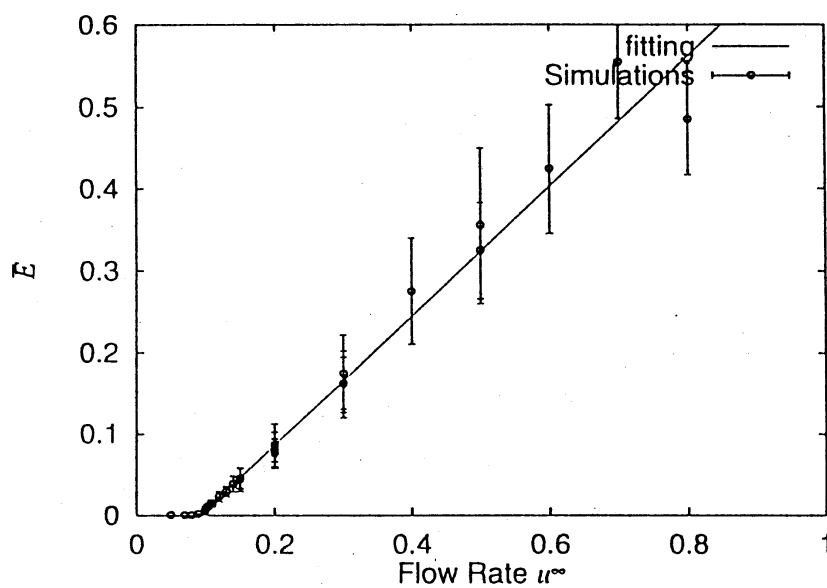


Fig.3

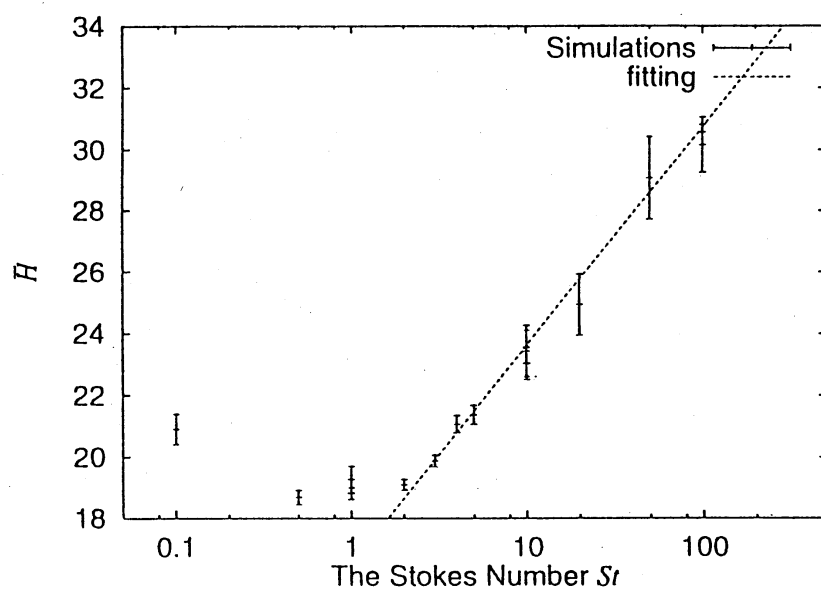


Fig.4

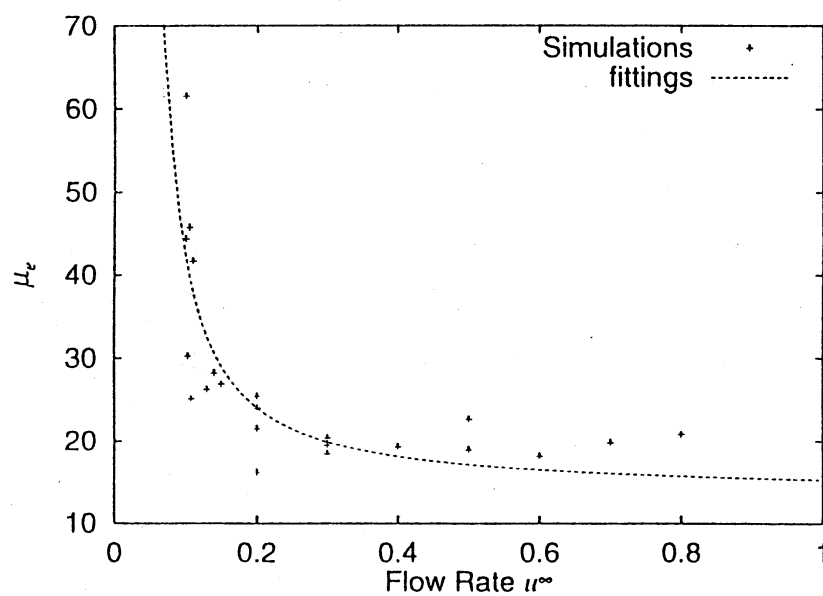


Fig.5